Gravitationsmodell:
Elementarteilchen als elektromagnetische Welle.

Manuel Goessling – manuel@goessling.info

Kurzfassung
Die Gravitation wird im makroskopischen Bereich durch die Allgemeine Relativitätstheorie beschrieben. Die ART ist eine Effektive Theorie. Der Grund dafür ist, dass die Ursache der Raumkrümmung nicht durch die einzelnen Elementarteilchen, sondern durch die Summe der Massen von sehr vielen Elementarteilchen beschrieben wird. Eine richtungsentscheidende Frage in der Physik ist, ob die Theorie der Maxwell Gleichungen auch eine Effektive Theorie ist. Die Ursache von elektromagnetischen Wellen sind bewegte Elementarteilchen mit Ladungen. Die Frage ist, ob elektromagnetische Wellen im Umkehrschluss auch die Ursache für Elementarteilchen mit Masse sein können. Das Problem ist, ein elektromagnetisches Modell der Elementarteilchen zu finden, das die Gravitation erklärt.
Dafür wird ein elektromagnetisches Wellenmodell der Leptonen verwendet.
Die gesamte Energie der Leptonen befindet sich nur in einer elektromagnetischen Welle, die sich im „Kreis“ bewegt. Es gibt keine Partikel in diesem Modell. Es wird gezeigt, wie sich der Poynting-Vektor der elektromagnetischen Welle im Gravitationsfeld verändert. Dieses Modell erklärt die Gravitationsbeschleunigung von Elementarteilchen in einem Gravitationsfeld sehr anschaulich. Es erklärt, warum die Gravitationskraft nur anziehend wirkt.
Die Gravitationskraft und die Zeitveränderung durch die Gravitation werden berechnet. Die Entstehung des Gravitationspotentials durch die elektromagnetische Welle wird erklärt.

Inhalt

1. Das elektromagnetische Modell von Leptonen

Eine elektromagnetische Welle lässt sich durch ein elektrisches Vektorfeld und ein magnetisches Vektorfeld beschreiben. Diese Felder bewegen sich mit der Lichtgeschwindigkeit c. Die Richtung des Energietransportes wird durch den Poynting-Vektor beschrieben. In jedem Punkt des Raumes, stehen diese drei Vektoren senkrecht aufeinander.

Aus Sicht eines Beobachters ändert sich die Richtung des elektrischen und magnetischen Feldes. Siehe Abbildung 1.

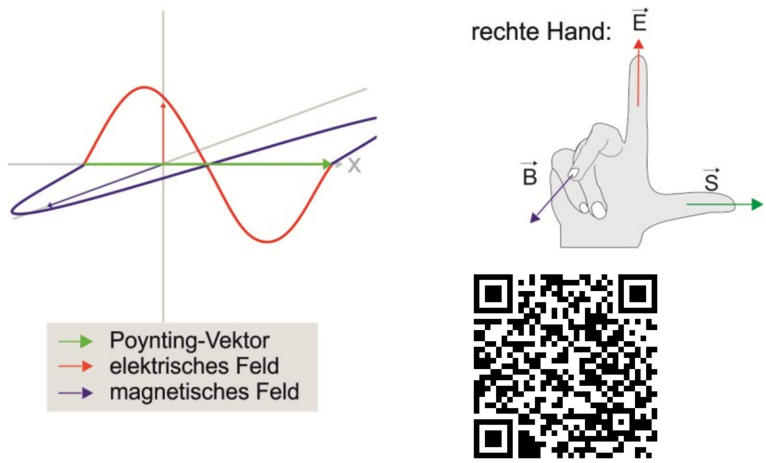


Abbildung 1: Elektromagnetische Welle und rechte Hand Regel

(Der QR-Code führt zu einem bewegten gif-Bild)

Das elektrische Feld eines ruhenden Elektrons besteht, im Gegensatz zur elektromagnetischen Welle, aus einem statischen elektrischen Feld, da das Elektron eine Ladung e trägt. Die elektrischen Feldlinien zeigen zum Zentrum des Elektrons (Kugelfeld) und bewegen sich nicht.

Das Elektron hat auch ein magnetisches Moment μ_s und somit auch ein magnetisches Feld. Wie das magnetische Feld genau aussieht, ist nicht bekannt. Man kennt jedoch die Größe des magnetischen Moments.

Wie kann eine elektromagnetische Welle, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, die gleichen Eigenschaften wie ein Elektron haben? Es ist bekannt, dass sich Elektronen und Positronen aus einer elektromagnetischen Welle paarweise erzeugen lassen.[1] Die Wellenlänge der elektromagnetischen Welle ist aus dem Energieerhaltungssatz bekannt. Die Wellenlänge eines ruhenden Elektrons ist die Compton-Wellenlänge des Elektrons ($2{,}426 * 10^{-12}$ m) und damit sehr viel größer als das Partikel-Elektron (10^{-13}-10^{-15} m). Diese elektromagnetische Welle muss in dem Raumgebiet „gefangen“ werden, in dem das Elektron entsteht. (Das Antiteilchen wird hier noch ignoriert und erst später erwähnt.) Für diese „Lichtfalle“ gibt es schon Überlegungen von anderen Autoren:

Herbert Weiß stellt sich diese Lichtfalle, in seinem Buch „Wellenmodell eines

[1] http://www.slac.stanford.edu/exp/e144/e144.html; 9-2019

Teilchens“[2], wie zwei Spiegel vor. Zwischen den Spiegeln springt das Licht hin und her. Da das Teilchen in diesem Modell eine Lichtuhr bildet, erklärt er damit alle Phänomene der Speziellen Relativitätstheorie sehr anschaulich.

Christoph Caesar beschreibt „das Elektron als umlaufende Welle mit interner Torsion als Möbiusband“[3] .

Carl-Friedrich Meyer beschreibt die „Lichtfallen“ in der gleichen Weise wie Caesar, mit seinem elektromagnetischen Elementarteilchenmodell[4] für Elektronen, Protonen und Neutronen. Bei beiden Elektronenmodellen dreht sich das Licht im Kreis mit einer zusätzlichen Phasendrehung um 180° bei jeder Umdrehung. Meyer erklärt sehr anschaulich, warum sich der Spin ändert, wenn das Elektron um 360° gedreht wird.

Auch in diesem Modell soll das Lepton als umlaufende Welle, mit interner Torsion beschrieben werden. Ein Umlauf in einer Achterbahn ohne interne Torsion ist auch möglich und führt für die Elementarladung[5] und für die Gravitation zu gleichen Ergebnissen.

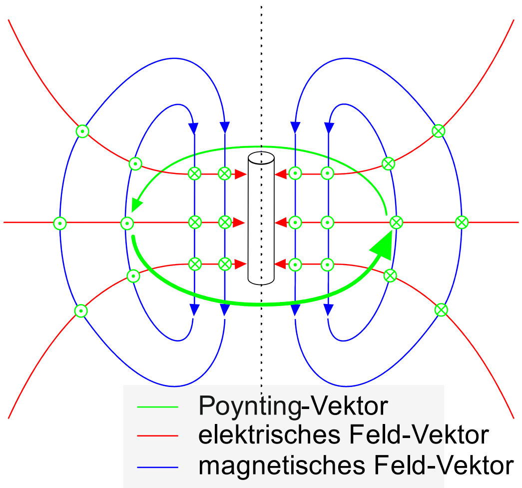


Abbildung 2: Das elektromagnetische Feld eines Elektrons

Es gibt drei Vektorfelder in einer elektromagnetischen Welle, die senkrecht aufeinander stehen:

1. Der Poynting-Vektor. Die Feldlinien zeigen in die Richtung des Energietransportes. In diesem Modell eine Kreisbewegung, mit Torsion um 180° bei jeder Halbschwingung.
2. Das elektrische Feld. Durch die Torsion um 180° bei jeder Halbschwingung, zeigen die elektrischen Feldlinien immer zum Zentrum.

[2] Herbert Weiß, Wellenmodell eines Teilchens, 1. Auflage, Unterhaching 1991
[3] Christoph Caesar, www.ccaesar.com/ger_index.html, 2003-2019
[4] Carl-Friedrich Meyer, Relativistische invariante Bahnen in Elementarteilchen, Aachen 2005
[5] http://manuel.goessling.info/Elementarladung%20Manuel%20Goessling.pdf

3. Das magnetische Feld. Die Feldlinien gleichen dem Feld eines Stabmagneten.

Die Energiedichte nimmt, mit der Konzentration der elektrischen Feldlinien, an den Rotationsachsen stark zu. Die Energiedichte wird so stark, dass sich an der Rotationsachse ein Ereignishorizont bildet. Auf dem Ereignishorizont enden die elektrischen Feldlinien und bilden so eine Elementarladung. Der Ereignishorizont gleicht nicht einer Kugel, sondern einem String bzw. einem Zylinder. Der Durchmesser ist sehr viel kleiner als die Höhe des Zylinders. Der Zylinder wird hier als Elementarzylinder bezeichnet.

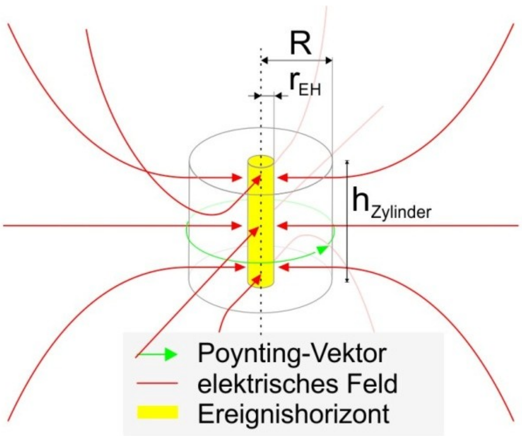


Abbildung 3: Die elektrischen Feldlinien enden am Ereignishorizont

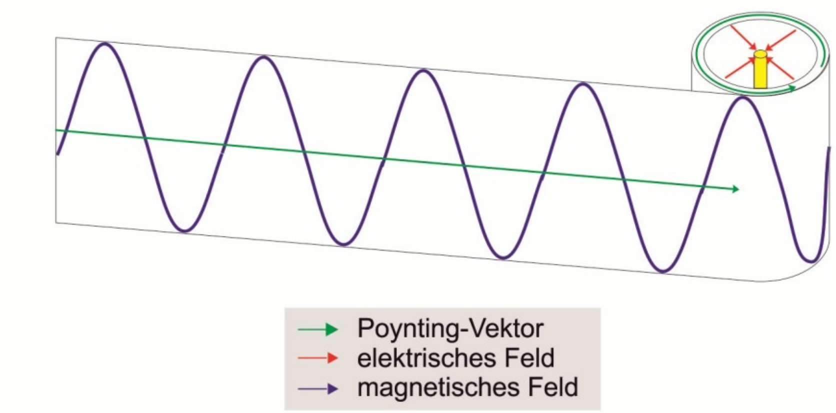
Die gesamte Energie des Elementarteilchens ist nur im elektromagnetischen Feld gespeichert, da das Teilchen nur aus Licht besteht.

2. Der Durchmesser des Elementarteilchens

In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, dass der Durchmesser des Elementarzylinders größer wird, je mehr Energie die elektromagnetische Welle des Teilchens besitzt. Dieser Zusammenhang ist die Grundlage für die Gravitationswirkung auf das Elementarteilchen.

2.1. Die Höhe des Ereignishorizonts $h_{Zylinder}$

Die Höhe des Elementarzylinders ist nicht bekannt und nicht gemessen.
Für die Bestimmung der Zylinderhöhe $h_{Zylinder}$ wird die elektromagnetische Schwingung untersucht. Dabei wird von einer sinusförmigen Schwingung ausgegangen.
Es wird folgende Vorstellung gewählt: Die magnetische Schwingung wird auf einem langen Blatt Papier als Welle aufgezeichnet. Dieses Blatt wird dann aufgerollt. Dies ist die „Lichtfalle“. (Das Antiteilchen entsteht durch aufrollen in die andere Richtung.)



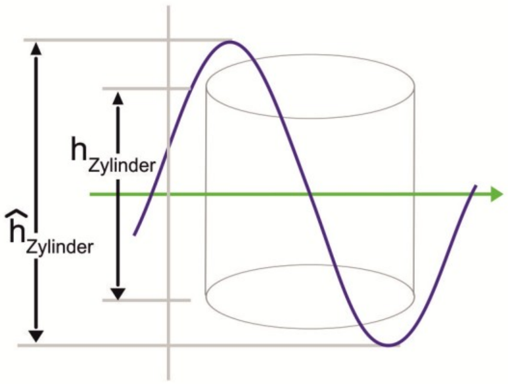


Abbildung 4: Die Höhe des Elementarzylinders

$$x_{(t)} = \hat{x} * \sin(\omega t) = \frac{\lambda_0}{2 * \pi} * \sin(2\pi f * t)$$

Der Zylinder ist so hoch, wie die magnetische Schwingung in positiver und negativer Richtung den Zylinder überstreift.
Die Höhe des Elementarzylinders ist somit proportional zur Compton-Wellenlänge λ_0 des Elementarteilchens. Das bedeutet, dass die Höhe der Elementarteilchen kleiner wird, je mehr Energie das Teilchen besitzt.

2.2. Der Radius des Ereignishorizonts r_{EH}

Der Ereignishorizont ist nach der allgemeinen Relativitätstheorie die Grenze, hinter der man Ereignisse nicht mehr beobachten kann. Aus Sicht eines Beobachters, der sich nicht am Ereignishorizont befindet, steht die Zeit am Ereignishorizont. Licht oder elektromagnetische Wellen kommen am Ereignishorizont zum stehen. In diesem Modell enden die elektrischen Feldlinien an dieser Grenze. Zum besseren Verständnis wird zuerst der Schwarzschildradius für eine Punktmasse m_1 und dann erst der Ereignisradius für einen Zylinder berechnet.

2.2.1. Schwarzschildradius für eine Punktmasse

Ein Ereignishorizont ist vergleichbar mit einem Schwarzen Loch. Der Ereignishorizont beginnt dort, wo es das Licht nicht mehr schafft zu entkommen, da die Raumkrümmung zu groß ist.

Für die Berechnung des Schwarzschildradius stelle man sich Licht als ein Teilchen mit der Masse m_2 vor, das versucht aus dem Gravitationsfeld von Masse m_1 zu entkommen.

Die Punktmasse m_1 befindet sich im Koordinatenursprung.

Das Teilchen m_2 befindet sich auf dem Ereignishorizont im Abstand $r_{Schwarzschild}$ von der Punktmasse m_1 entfernt. Das Teilchen bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit v=c von der Punktmasse weg. Es handelt sich somit um ein Photon bzw. um Licht. Die Kinetische-Energie setzt man gleich mit der Energie, die das Teilchen braucht, um aus dem Gravitationsfeld zu entkommen. Die Gravitationskraft *F(r)* wird mit Hilfe der Gravitationskonstante *G* von Newton berechnet. Die Energie ist gleich Kraft mal Weg. Da sich die Kraft mit dem Abstand *r* ändert, brauchet man das Integral der Kraft *F* über den Weg, vom Startpunkt $r_{Schwarzschild}$ bis ins Unendliche:

$$E_{Kinetisch} = E_{Gravitation}$$

$$\frac{1}{2} * \mathrm{m}_2 * \mathrm{v}^2 = \int_{\mathrm{r}_{\mathrm{Schwarzschild}}}^{\infty} \mathrm{F}_{(\mathrm{r})} \mathrm{dr} = \int_{\mathrm{r}_{\mathrm{Schwarzschild}}}^{\infty} \mathrm{G} * \frac{\mathrm{m}_1 * \mathrm{m}_2}{\mathrm{r}^2} \mathrm{dr}$$

$$\frac{1}{2} * \mathrm{m}_2 * \mathrm{c}^2 = \left[-\mathrm{G} * \frac{\mathrm{m}_1 * \mathrm{m}_2}{\mathrm{r}}\right]_{\mathrm{r}_{\mathrm{Schwarzschild}}}^{\infty} = \mathrm{G} * \frac{\mathrm{m}_1 * \mathrm{m}_2}{\mathrm{r}_{\mathrm{Schwarzschild}}}$$

$$\mathrm{r}_{\mathrm{Schwarzschild}} = \frac{2 * \mathrm{G} * \mathrm{m}_1}{\mathrm{c}^2}$$

Licht, welches näher an der Punktmasse m_1 ist als der Schwarzschildradius $r_{Schwarzschild}$, hat nicht genug Energie, um aus dem Gravitationsfeld zu entkommen.

2.2.2. Ereignishorizont für den Elementarzylinder

In Abbildung 4 wird gezeigt wie Licht im Gravitationsfeld gefangen wird und so ein Elementarteilchen entsteht. Das Modell ist eine zylindrisch aufgewickelte elektromagnetische Welle. Hier soll die Welle gedanklich abgewickelt werden. Das Licht versucht aus dem eigenen Gravitationsfeld zu entkommen. Auf die gleiche Art wie der Schwarzschild Radius einer Punktmasse bestimmt wurde, wird der Ereignishorizont für das Elementarteilchen bestimmt. Bei einem zylindrischen Gravitationsfeld ist es mir nicht gelungen einen Ereignishorizont zu berechnen. Es wird die gleiche Formel wie für die Punktmasse verwendet. Dies lässt sich damit erklären, dass die elektromagnetische Welle aus einem punktförmigen Photon besteht. Dieses Photon bewegt sich in Richtung des Poynting-Vektors und schwingt dabei, mit der Amplitude λ_0 durch π, in Richtung des magnetischen Feldes (Blaue Linie in Abb. 4). Das punktförmige Photon befindet sich also irgendwo auf der Oberfläche des Elementarzylinders. Die Energie der elektromagnetischen Welle verteilt sich mit dem elektromagnetischen Feld im gesamten Raum.

$$\frac{1}{2} * \mathrm{m}_2 * \mathrm{c}^2 = \int_{\mathrm{r}_{\mathrm{EH}}}^{\infty} \mathrm{G} * \frac{\mathrm{m}_{1(\mathrm{r})} * \mathrm{m}_2}{\mathrm{r}^2} \mathrm{dr} \qquad (2.1)$$

Die Masse m_1 ist keine Punktmasse, sondern zylinderförmig. Sie berechnet sich aus der Energie im Inneren eines elektromagnetischen Feldes in Abhängigkeit vom Radius r.

$$\mathrm{E}_{(\mathrm{r})} = \mathrm{m}_{1(\mathrm{r})} * \mathrm{c}^2$$

$$\mathrm{m}_{1(\mathrm{r})} = \frac{\mathrm{E}_{(\mathrm{r})}}{\mathrm{c}^2}$$

Es wird eine Gleichung für die Energie $\mathrm{E}_{(\mathrm{r})}$ im elektromagnetischen Feld in Abhängigkeit von r gesucht.

Die magnetische und die elektrische Feldenergie sind bei einer elektromagnetischen Welle gleich groß, da die Energie zwischen elektrischer Energie und magnetischer Energie wechselt. Sie tragen daher zu gleichen Teilen zur Raumkrümmung bei. So reicht es, wenn in der Gleichung nur die elektrische Energiedichte untersucht wird und diese einfach verdoppelt wird, um so auch den magnetischen Anteil zu berücksichtigen.
Für die Energiedichte des elektrischen Feldes gilt:

$$\omega_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 (\vec{E})^2$$

Für die Energiedichte des magnetischen Feldes gilt:

$$\omega_M = \omega_E$$

Für die Energiedichte eines zylinderförmigen elektromagnetischen Feldes gilt:

$$\omega_{EM} = \omega_E + \omega_M = 2 * \omega_E = \varepsilon_0 * (\vec{E})^2 = \varepsilon_0 * \left(\frac{\mathrm{e}}{2\pi * \mathrm{r} * \mathrm{h}_{\mathrm{Zylinder}}\, \varepsilon_0}\right)^2$$

Die Energie des elektromagnetischen Feldes berechnet sich durch die Integration der Energiedichte über das Zylindervolumen vom Ereignishorizont r_{EH} bis zum Radius r.[6]

$$E_{(r)} = \int_{r_{EH}}^{r} (\omega_{EM} * 2 * \pi * r * h_{Zylinder})\, dr$$

$$E_{(r)} = \int_{r_{EH}}^{r} (\frac{e^2}{4\pi^2 r^2 h_{Zylinder}^2 \varepsilon_0} * 2 * \pi * r * h_{Zylinder})\, dr$$

$$E_{(r)} = \int_{r_{EH}}^{r} (\frac{e^2}{2\pi\, h_{Zylinder}\varepsilon_0})\, \frac{1}{r}\, dr$$

$$E_{(r)} = \frac{e^2}{2\pi\, h_{Zylinder}\varepsilon_0} (\ln \frac{r}{r_{EH}})$$

$E_{(r)}$ liefert die Energie im Zylinder vom Ereignishorizont bis *r*. Für die Masse $m_1(r)$ ergibt sich dann[7]:

$$m_{1(r)} = \frac{E_{(r)}}{c^2} = \frac{e^2}{2\pi * \varepsilon_0 * c^2 * \ h_{Zylinder}} (\ln \frac{r}{r_{EH}})$$

Setzt man die Masse $m_1(r)$ in Gleichung (2.1) ein und kürzen m_2 raus, erhält man das Integral:

$$\frac{1}{2} * c^2 = \frac{G * e^2}{2\pi * \varepsilon_0 * c^2 * \ h_{Zylinder}} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln \frac{r}{r_{EH}}}{r^2} dr$$

$$\frac{\pi * \varepsilon_0 * c^4 * \ h_{Zylinder}}{G * e^2} = \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln \frac{r}{r_{EH}}}{r^2} dr$$

$$= \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln r}{r^2} dr - \ \ln r_{EH} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

---

[6] Das kleine r steht hier für den Radius im Elementarteilchen. Das große R steht für die Entfernung zu einer planetaren Masse (z.B. der Erdradius auf der Erdoberfläche).

[7] Dieser Ereignishorizont kann keine Photonen einfangen. Die Wellenlänge der Photonen ist sehr viel größer als der Durchmesser des Ereignishorizonts.

Für die Berechnung des Integrals siehe Anhang Zwischenrechnung B.

$$\frac{\pi * \varepsilon_0 * c^4 * \ h_{Zylinder}}{G * e^2} = \frac{1}{r_{EH}}$$

$$r_{EH} = \frac{G * e^2}{\pi * \varepsilon_0 * c^4 * \ h_{Zylinder}}$$

Die Zylinderhöhe ist proportional zur Compton-Wellenlänge λ_0.

Der Radius des Elementarzylinders ist somit umgekehrt proportional zur Compton-Wellenlänge λ_0 des Elementarteilchens. Das bedeutet, dass der Durchmesser des Elementarteilchens größer wird, je mehr Energie das Teilchen besitzt.

$$r_{EH} = Konstante * \frac{1}{\lambda_0} \qquad (2.2)$$

2.3 Auswirkungen des Gravitationspotentials auf den Durchmesser des Elementarteilchens

Die Wellenlänge einer elektromagnetischen Welle wird durch das Gravitationspotential verändert. Für ein kugelsymmetrisches Gravitationspotential wie auf der Erdoberfläche gilt[8]:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{1 - \frac{R_s}{R_2}}{1 - \frac{R_s}{R_1}}} \qquad R_s = \frac{2 * G * M}{c^2}$$

M ist die Masse der Gravitationsquelle (z. B. die Masse der Erde)
R ist der Abstand zur Gravitationsquelle
c die Lichtgeschwindigkeit
G ist die Gravitationskonstante

Am Ort 1, der R_1 vom Erdmittelpunkt entfernt liegt, beträgt die Wellenlänge λ_1. Bewegt sich die elektromagnetische Welle zum Ort 2, dessen Entfernung zum Erdmittelpunkt R_2 beträgt, wird die Wellenlänge λ_2.
Fällt die elektromagnetische Welle nach unten, wird die Wellenlänge kleiner und die

[8] https://de.wikipedia.org/wiki/Rotverschiebung#Gravitative_Rot-_und_Blauverschiebung

Welle wird energiereicher. Steigt die elektromagnetische Welle nach oben, wird die Wellenlänge größer und die elektromagnetische Welle verliert Energie.

Betrachtet wird die Wellenlänge λ_2 als Funktion der Wellenlänge λ_0, im potentialfreien Raum bei r_0 gegen Unendlich, erhält man:

$$\lambda_{(R)} = \lambda_0 * \sqrt{1 - \frac{R_s}{R}} = \lambda_0 * \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{c^2 * R}}$$

Die elektromagnetische Welle die ein Elementarteilchen bildet, wird durch das Gravitationsfeld genauso verändert wie jede andere elektromagnetische Welle auch. Der Radius des Elementarteilchens (2.2) ist umgekehrt proportional zur Wellenlänge. Berücksichtigt man die Wellenänderung durch das Gravitationspotential erhält man:

$$r_{EH0} * \lambda_0 = r_{EH(r)} * \lambda_{(r)} = \text{Konstante}$$

$$r_{EH(r)} = \frac{r_{EH0} * \lambda_0}{\lambda_{(r)}} \tag{2.3}$$

$$r_{EH\,(r)} = \frac{r_{EH0}}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{c^2 * R}}} \tag{2.4}$$

Der Radius des Zylinders, um den der Poynting-Vektor kreist, verändert sich im Gravitationsfeld. Für R gegen Unendlich wird die Wurzel unter dem Bruch gleich 1. Für R gegen R_S wird die Wurzel gleich Null und r_{EH} wird Unendlich.[9]
Auf der Erdoberfläche ist der Radius oben kleiner als unten. Der Elementarzylinder wird im Gravitationsfeld zu einem Kegelstumpf. Siehe Abb. 5.1

3. Gravitationsbeschleunigung

Es soll die Gravitationsbeschleunigung a berechnet werden. Startet der Poynting-Vektor horizontal, wird er zum größeren Durchmesser hin abgelenkt. Das erklärt die „Anziehungskraft“ der Erde. Aus Sicht des Poynting-Vektors verläuft dieser gradlinig auf der Oberfläche des Elementarzylinders.

[9] Das bedeutet, dass Materie in einem Schwarzen Loch instabil wird, bzw. als elektromagnetische Welle auf dem Ereignishorizont kreist.

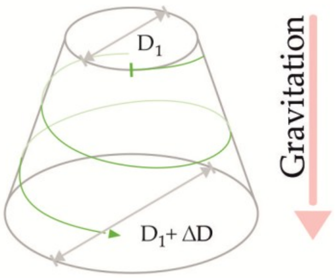


Abbildung 5.1: Elementarzylinder im Gravitationsfeld mit Poynting-Vektor (grün)

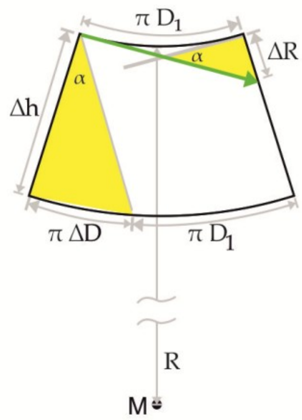


Abbildung 5.2: Oberfläche des Elementarzylinders

Gedanklich wird der Elementarzylinder (Abb. 5.1) vertikal aufgeschnitten und plan hingelegt, so wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist. Eine Umdrehung des Poynting-Vektors (grün) wird untersucht. ΔR ist die Ablenkung nach einer Umdrehung und die Strecke, die das Elementarteilchen in der Zeit gefallen ist.

Es wird von einer konstanten Beschleunigung a ausgegangen. Dann ist ΔR nach Newton:

$$\Delta R = \frac{1}{2} * a * \Delta t^2$$

Stellen wir diese Gleichung nach a um, ergibt sich für die Beschleunigung:

$$a = \frac{2 * \Delta R}{\Delta t^2}$$

Die beiden Schnittkanten Δh des Elementarzylinders stehen im Winkel α zueinander. Der Winkel α ist sehr viel kleiner als in Abbildung 5 dargestellt. Er geht fast gegen Null. Auf der Erdoberfläche fällt Materie in einer Sekunde ca. 5 m tief. Der Poynting-Vektor hat sich in der Zeit ca. 300.000 km aufgewickelt. Der Winkel ist also sehr klein α= 0,0000019°.

Wir können den tan α daher wie folgt angeben (siehe ähnliche gelbe Dreiecke in Abbildung 5.2):

$$\tan \alpha = \frac{\Delta R}{0{,}5 * \pi * D_1} = \frac{\pi * \Delta D}{\Delta h} \qquad (4.1)$$

Für ΔD durch Δh können wir die Ableitung der Funktion D(R) an der Stelle R einsetzen. Stellen wir das nach ΔR um:

$$\Delta R = \left(\frac{\pi^2 * D_1}{2}\right) * \frac{dD_{(R)}}{dR}$$

Die Zeit Δt, die der Poynting-Vektor für eine Umdrehung benötigt, ist der Umfang geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit:

$$\Delta t = \frac{\pi * D_1}{c}$$

Setzen wir ΔR und Δt in die Gleichung für die Beschleunigung ein, erhalten wir:

$$a = \frac{2 * \Delta R}{\Delta t^2} = \frac{2 * c^2}{\pi^2 * {D_1}^2}\left(\frac{\pi^2 * D_1}{2}\right) * \frac{dD_{(R)}}{dR}$$
$$a = \left(\frac{c^2}{D_1}\right) * \frac{dD_{(R)}}{dR} \qquad (4.2)$$

Die Funktion $D_{(R)}$ erhalten wir indem wir die Gleichung (2.4) mit 2π multiplizieren.

$$D_{(R)} = \frac{D_0}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}} \qquad (4.3)$$

Es fehlt nur noch die Ableitung der Funktion $D_{(R)}$, die man mit der Quotienten-Regel und der Kettenregel erhält (siehe Anhang Zwischenrechnung A). Dies ist die Änderung des Durchmessers des Elementarzylinders in Richtung des Gravitationsfeldes:

$$\frac{dD_{(R)}}{dR} = \frac{\frac{-D_0 * G * M}{R^2 * c^2}}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^3} \qquad (4.4)$$

Setzt man diese Ableitung und die Gleichung (4.3) in Gleichung (4.2) ein, erhält man die Gravitationsbeschleunigung a an der Stelle R:

$$a_{(R)} = \left(\frac{c^2}{D_1}\right) * \frac{dD_{(R)}}{dR}$$
$$= \frac{c^2 * \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}}{D_0} * \frac{\frac{-D_0 * G * M}{R^2 * c^2}}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^3}$$
$$a_{(R)} = \frac{-G * M}{R^2 * (1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2})} \qquad (4.5)$$

Hier wurde die Gravitationsbeschleunigung aufgrund der Raumkrümmung im inneren eines Elektrons sehr anschaulich erklärt. Dafür haben wir nur den Weg des Poynting-Vektors auf dem Elementarzylinder verfolgt.

Die Erdbeschleunigung ist die Newtonsche Gravitationsbeschleunigung dividiert durch den Krümmungsfaktor:

$$(1 - \frac{2 * \mathrm{G} * \mathrm{M}}{\mathrm{R} * \mathrm{c}^2})$$

Auf der Erde hat dieser Krümmungsfaktor den Wert: 0,9999999986078 und ist daher zu vernachlässigen. Der Faktor kann Werte von 1 bis 0 annehmen.

Ist der Faktor 0 und stellen wir ihn nach R um, erhält man den Schwarzschild Radius. In dem Fall ist der Winkel α nicht mehr sehr klein und die oben benutzte Näherung in Gleichung (4.1) ist unzulässig.

Beispiel: Für einen Apfel der vom Baum fällt, können wir folgende Werte eingeben:

$$G = 6{,}674 * 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg * s^2}$$

$$M = 5{,}9722 * 10^{24}\ kg$$

$$r = 6.371.000\ m$$

$$c = 299.792.458\ \frac{m}{s}$$

Die Erdbeschleunigung a ergibt sich dann zu: -9,81986 m / s²

Hierbei wurde die Zentrifugalkraft durch die Erdrotation nicht berücksichtigt.

4. Gewichtskraft

Um einen Apfel am Fallen zu hindern muss eine Kraft F auf den Apfel wirken, die der Gravitationsbeschleunigung entgegenwirkt.

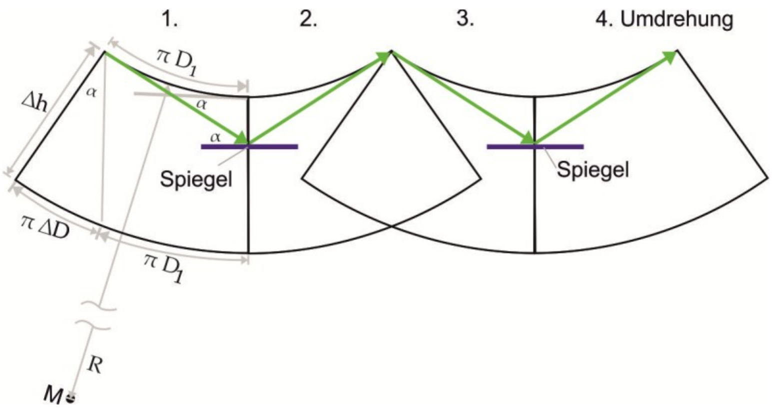


Abbildung 6: Vier Umdrehungen auf der Oberfläche eines Elementarzylinders

Man stelle sich das Wirken dieser Kraft mit Hilfe eines gedachten Spiegels vor. Der gedachte Spiegel lenkt den Poynting-Vektor nach der 1. Umdrehung so ab, dass er nach einer 2. Umdrehung am Anfangspunkt ankommt. Auf den Spiegel wirkt eine Kraft durch den Strahlungsdruck des Poynting-Vektors. Diese Kraft soll berechnet werden.

Der Einfallswinkel des Poynting-Vektors auf den Spiegel ist
$\Theta = 90° - \alpha$. Die Kraft durch den Strahlungsdruck[10], den der reflektierte Poynting-Vektor auf den Spiegel überträgt, ist gleich:

$$F = 2 * \cos\theta \, \frac{h * f}{c} * \frac{dN}{dt}$$

$\frac{dN}{dt}$ ist der Photonenstrom bzw. wie oft der Poynting-Vektor pro Zeit auf den Spiegel trifft.

Die 2 ergibt sich durch die totale Reflektion des Poynting-Vektors.

h ist das Plancksche Wirkungsquantum, f die Frequenz des Lichtes und c die Lichtgeschwindigkeit.

Der Poynting-Vektor trifft bei jeder 2. Umdrehung $\Delta N = 1$ einmal auf den Spiegel. Da sich der Poynting-Vektor mit Lichtgeschwindigkeit um den Elementarzylinder mit dem Durchmesser D dreht, ergibt sich für Δt:

$$\Delta t = \frac{2 * \pi * D}{c}$$

Für die Kraft folgt dann:

$$F = 2 * \cos(90° - \alpha) \, \frac{h * f}{c} * \frac{1 * c}{2 * \pi * D} = 2 * \sin\alpha \, \frac{h * f}{2 * \pi * D}$$
$$= 2 * \tan\alpha \, \frac{h * f}{2 * \pi * D}$$

Für kleine Winkel ist der sin α gleich dem tan α. Den tan α kennen wir aus Gleichung (4.1).

$$\tan\alpha = \frac{\Delta R}{0{,}5 * \pi * D_1} = \frac{\pi * \Delta D}{\Delta h} = \frac{\pi * dD}{dR} \qquad (5.1)$$

Die Änderung des Durchmessers des Elementarzylinders in Richtung des Gravitationsfeldes an der Stelle R kennen wir aus Gleichung (4.4).

R ist dabei der Abstand zur Masse M, die den Raum krümmt (R für den Apfel ist der Erdradius).

---

[10] https://de.wikipedia.org/wiki/Strahlungsdruck

$$\tan\alpha = \pi * \frac{\frac{-D_0 * G * M}{R^2 * c^2}}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^3} \qquad (5.2)$$

Für die Kraft folgt dann:

$$\mathrm{F} = 2 * \frac{\frac{-D_0 * G * M}{R^2 * c^2}}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^3} \frac{\mathrm{h} * \mathrm{f}}{2 * \mathrm{D}} = \frac{D_0}{D} * \frac{-G * M * \mathrm{h} * \mathrm{f}}{R^2 * c^2 * \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^3}$$

Das Verhältnis des Durchmessers des Elementarzylinders D_0 im nicht gekrümmten Raum zum Durchmesser D im gekrümmten Raum kennen wir aus Gleichung (4.3).

$$\left(\frac{D_0}{D}\right) = \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}} \qquad (5.3)$$

Für die Kraft folgt dann:

$$\mathrm{F} = \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}} * \frac{-G * M * \mathrm{h} * \mathrm{f}}{R^2 * c^2 * \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^3}$$

$$= \frac{-G * M * \mathrm{h} * \mathrm{f}}{R^2 * c^2 * (1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2})}$$

Die Frequenz f können wir durch die Lichtgeschwindigkeit c geteilt durch die Wellenlänge λ ersetzen:

$$\mathrm{F} = \frac{-G * M * \mathrm{h}}{R^2 * c * \lambda * (1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2})}$$

Beispiel Proton:

Für ein Proton auf der Erdoberfläche mit der Compton-Wellenlänge von $\lambda = 1{,}321*10^{-15}$ m erhält man eine Gewichtskraft von $F = 1{,}643*10^{-26}$ N

Interpretieren wir diese Ergebnis:
Die Gewichtskraft kann durch den Strahlungsdruck des Poynting-Vektors erklärt werden. Die Spiegel sind dann natürlich die anderen Elementarteilchen, auf die diese Kraft wirkt.

Die transportierte Energie des Poynting-Vektors ist durch das Plancksche Wirkungsquantum h und die Frequenz gegeben: $E=h*f = h * c / \lambda$. Der Zusammenhang zwischen Energie und Masse ist durch Einsteins Formel $E=m*c^2$ bekannt. Die Masse ergibt sich dann zu $m_0 = E_0/c^2 = h/(c*\lambda_0)$.

Schreibt man die Gleichung für die Kraft nur mit den Massen so erhält man:

$$\mathrm{F} = \frac{-G * M * \mathrm{m}_0}{R^2 * (1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2})}$$

Dies ist das Newtonsche Gravitationsgesetzt[11] dividiert durch den Krümmungsfaktor, den man auf der Erde vernachlässigen kann.

Beispiel Apfel:
Apfel-Masse $m_0 = 0{,}15$ kg

$G = 6{,}674 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg * s^2}$

$M = 5{,}9722 * 10^{24}\ kg$

$R = 6.371.000\ m$

Die Kraft, mit der der Apfel am Baum zieht, ist F = 1,473 N.

5. Gravitative Zeitdilatation

Das Elementarteilchen wird als eine Licht-Uhr betrachtet. Jede Umdrehung des Poynting-Vektors um den Elementarzylinder ist wie ein Ticken der Licht-Uhr. Da sich der Poynting-Vektor mit konstanter Lichtgeschwindigkeit bewegt, wird das Ticken durch den Durchmesser des Elementarzylinders beeinflusst.

$$D = \frac{D_0}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}} \qquad (5.3)$$

Im gekrümmten Raum wird der Durchmesser größer, die Licht-Uhr tickt langsamer.

[11] https://de.wikipedia.org/wiki/Newtonsches_Gravitationsgesetz

$$\Delta t = \Delta t_0 * \left(\frac{D_0}{D}\right)$$

$$\Delta t = \Delta t_0 * \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}} \quad (5.4)$$

Beispiel Zeitverzögerung: Zeitverzögerung auf der Erde nach einem Jahr im Vergleich zur Raumstation in der Höhe H. Die Geschwindigkeit in beiden Punkten wird mit v = 0 angenommen:

$G = 6{,}674 * 10^{-11} \ \frac{m^3}{kg * s^2}$

$M = 5{,}9722 * 10^{24} \ kg$

$R = 6.371.000 \ m$

$c = 299.792.458 \ \frac{m}{s}$

$H = 400.000 \ m \ => \ R_{Raumstation} = R + H = 6.771.000 \ m$

t_0 im ungekrümmten Raum ist 1 Jahr = 365*24*60*60 s = 31536000 s.

Setzt man diese Werte in die Gleichung (5.4) ein, erhält man für die in der Raumstation vergangene Zeit Δt = 31535999,9793 s. Für die vergangene Zeit auf der Erdoberfläche erhält man Δt = 31535999,9780 s

Auf der Raumstation sind somit 1,3 Millisekunden mehr Zeit vergangen als auf der Erdoberfläche.

Und auf der Erdoberfläche sind 22 ms weniger Zeit vergangen als im ungekrümmten Raum. Das liegt daran, dass die Elementarzylinder auf der Erdoberfläche durch die Raumkrümmung größer werden und der Poynting-Vektor so länger für eine Umdrehung benötigt. Die Uhr tickt langsamer.

6. Das Gravitationsfeld

Für die Erklärung des Gravitationspotentials sollen die Massen durch die elektromagnetischen Felder der Elementarteilchen ersetzt werden. Diese Absicht erscheint im ersten Augenblick falsch und unmöglich. Die elektrischen Feldlinien starten bei der positiven Ladung (Proton, Quelle) und enden bei der negativen Ladung (Elektron, Senke). Die Feldlinien verlassen das Atom also nicht und können so auch keinen Einfluss auf die Gravitation haben, die sich ja im gesamten Sonnensystem bemerkbar macht. Das Gravitationsfeld besteht nur aus Quellen. Antigravitation ist nicht bekannt. Daher unterscheidet sich das elektrische Potentialfeld sehr vom Gravitationsfeld.

Auch die magnetischen Feldlinien des magnetischen Spins verlaufen nur in sehr kleinen Schleifen um die Elementarteilchen und breiten sich daher nicht bis ins Weltall aus.

Es gibt jedoch eine einfache Lösung. Man betrachtet nur die Beträge des elektrischen Potentials und man geht davon aus, dass sich die positiven und negativen elektrischen Felder überlagern. In jedem Raumpunkt sind die Potentiale der positiven und der negativen Ladungen vorhanden, und die Summe ist das elektrische Potential. Masse besteht aus Elektronen, Protonen und Neutronen bzw. aus Elektronen, Up und Down Quarks. In erster Näherung ist das Verhältnis von der Anzahl (A_i) aller Elementarladungen die in einer Masse (M_i) enthalten sind zur Masse (M_i) konstant. Es lässt sich daher nicht so einfach sagen, ob die Elementarladungen oder die Massen die Ursache für das Gravitationspotential sind.

$$\frac{\mathrm{A_i}}{\mathrm{M_i}} = Konstante \tag{5.1}$$

Das statische Gravitations-Potential, in einem beliebigen Punkt 1, erzeugt von N Punktmassen M_i in der Entfernung R_i, berechnet sich wie folgt:

$$\phi_{\mathrm{Punkt\ 1}} = \sum_{i=1}^{N} -\frac{G * M_i}{R_i} \tag{5.2}$$

N ist die Anzahl der Massen
M_i sind die Massen, die nur positiv sein können
R_i ist der Abstand zu der Masse M_i

Das statische elektrische Potential, in einem beliebigen Punkt 1, erzeugt von N Punktladungen Q_i in der Entfernung R_i, berechnet sich wie folgt:

$$\varphi_{\mathrm{Punkt\ 1}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{4 * \pi * \varepsilon_0 * R_i} \tag{5.3}$$

N ist die Anzahl der Ladungen
Q_i sind die Ladungen, die positiv oder negativ sein können
R_i ist der Abstand zu der Ladung Q_i

Es sollen nur die Beträge der Elementarladungen und nicht das Vorzeichen berücksichtigt werden. Dies repräsentiert nur die Energie, die jedes Elementarteilchen in Form seines elektrischen Feldes abstrahlt. Die Feldenergie ist für ein positives Elementarteilchen bei gleicher Ladung und bei gleicher Entfernung, genauso hoch wie für ein negatives Elementarteilchen.

Die Beträge aller Elementar-Ladungen $|Q_i|$ werden ersetzt durch die Anzahl der Elementarladungen A_i multipliziert mit der Elementarladung e.

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{|Q_i|}{4 * \pi * \varepsilon_0 * R_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{A_i * e}{4 * \pi * \varepsilon_0 * R_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{Konstante * e * M_i}{4 * \pi * \varepsilon_0 * R_i} \qquad (5.4)$$

Diese Gleichung ist grundverschieden zum elektrischen Potential (5.3) aber proportional zum Gravitationspotential (5.2). Wenn man das elektrische Potential in einem Punkt ausrechnen kann, sollte man auch das Gravitationspotential ausrechnen können.

Diese Vorgehensweise ist mathematisch sinnvoll, aber die Frage ist, ob es physikalisch einen Sinn macht, für die Gravitationsberechnung die Massen durch die Ladungen zu ersetzen.

Es könnte durchaus möglich sein, dass der Energieinhalt in einem Raumpunkt die Ursache der Gravitation ist. Ein einzelnes geladenes Teilchen hat ein kugelförmiges elektrisches Feld, das von der Form identisch ist zu seinem Gravitationsfeld. Die Frage ist daher, ob sich diese elektrischen Felder überlagern.

7. Fazit und Ausblick

Die Wellenläng von elektromagnetischen Wellen in einem Raumpunkt hängt von der Gesamtenergie in diesem Raumpunkt ab. Eine elektromagnetische Welle die sich auf eine Masse zubewegt gewinnt an Energie (Blauverschiebung). In dem hier vorgeschlagenen elektromagnetischen Modell wird der Ereignishorizont r_{EH} eines Elementarteilchens mit stärkerem Gravitationsfeld größer. Dadurch wird der Ereignishorizont im Gravitationsfeld zu einem Kegelstumpf. Die Gravitationsbeschleunigung lässt sich mit dem Verlauf des Poynting-Vektors auf dem Kegelstumpf berechnen. Die Gravitationskraft lässt sich mit dem Verlauf des Poynting-Vektros und dem Strahlungsdruck des Poynting-Vektros bestimmen. Betrachtet man das Elementarteilchen als eine Lichtuhr, lässt sich so sehr anschaulich die Zeitveränderung durch die Gravitation berechnen. Die Gesamtenergie in einem Raumpunkt wird durch die Überlagerung der Feldenergien aller elektromagnetischen Felder erzeugt.

Ausblick:
Betrachtet man das Elektron ausschließlich als elektromagnetische Welle, lassen sich fast alle seine physikalischen Größen anschaulich erklären.
Die Feinstrukturkonstante α ist das Verhältnis der Energien hinter dem Ereignishorizont (Energiedichte am Ereignishorizont multipliziert mit dem Volumen des Elementarzylinders) zu der Energie vor dem Ereignishorizont (Gesamtenergie des Teilchens).[12] Die Elementarladung entsteht dadurch, dass die elektrischen Feldlinien einen Anfang und ein Ende am Ereignishorizont finden.[13]

---

[12] Gößling, Manuel; Physik – Rechnen mit dem Elementarzylinder
Das Elektron als elektromagnetische Welle; 2. Auflage 2018; ISBN 978-3-9819366-1-2

[13] http://manuel.goessling.info/Elementarladung%20Manuel%20Goessling.pdf

8. Anhang

8.1. Zwischenrechnung A

$$\mathrm{D}_{(\mathrm{R})} = \frac{D_0}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}}$$

Es wird die erste Ableitung $D'_{(R)} = \frac{\mathrm{dD}_{(\mathrm{R})}}{\mathrm{dR}}$ gesucht. Dafür werden die Quotienten-Regel und die Ketten-Regel verwendet.

$$D_{(R)} = \frac{u}{v} \qquad D'_{(R)} = \frac{u' * v - v' * u}{v^2}$$

$$u = D_0 \qquad u' = 0$$

$$\mathrm{v} = \sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}} = z^{\frac{1}{2}} \qquad \mathrm{v}' = f'_{(z)} * z'_{(R)}$$

$$f_{(z)} = z^{\frac{1}{2}} \qquad f'_{(z)} = \frac{1}{2} z^{-\frac{1}{2}}$$

$$z_{(R)} = (1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}) \qquad z'_{(R)} = \frac{2 * G * M}{c^2 * R^2}$$

$$\mathrm{v}' = f'_{(z)} * z'_{(R)} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2})}} * \frac{G * M}{c^2 * R^2}$$

$$D'_{(R)} = \frac{\mathrm{dD}_{(\mathrm{R})}}{\mathrm{dR}} = \frac{\frac{-D_0 * G * M}{R^2 * c^2}}{\sqrt{1 - \frac{2 * G * M}{R * c^2}}^{3}}$$

8.2. Zwischenrechnung B

$$F_{(r)} = \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{\ln r}{r^2} dr - \ln r_{EH} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

Das Integral soll gelöst werden. Dafür wird die partielle Integration verwendet:

$$\int f_{(r)} * g'_{(r)}\, dr = f_{(r)} * g_{(r)} - \int f'_{(r)} * g_{(r)}\, dr$$

$$f_{(r)} = \ln r \qquad g'_{(r)} = \frac{1}{r^2}$$

$$f'_{(r)} = \frac{1}{r} \qquad g_{(r)} = \frac{-1}{r}$$

$$F_{(r)} = \left[\ln r * \frac{-1}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty} - \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r} * \frac{-1}{r} * dr - \ln r_{EH} \int_{r_{EH}}^{\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \left[-\frac{\ln r}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty} - \left[\frac{1}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty} - \ln r_{EH} * \left[\frac{-1}{r}\right]_{r_{EH}}^{\infty}$$

$$= \frac{\ln r_{EH}}{r_{EH}} - \left(0 - \frac{1}{r_{EH}}\right) - \ln r_{EH} * \left(-0 + \frac{1}{r_{EH}}\right)$$

$$= \frac{1}{r_{EH}}$$

8.3. Konstanten

Bohrsches Magneton

$\mu_B = 9{,}274096 * 10^{-24}$ $A * m^2$

Magnetisches Moment Elektron

$\mu_s = 9{,}28476462 * 10^{-24}$ $A * m^2$

Elektrische Feldkonstante

$\varepsilon_0 = 8{,}854185 * 10^{-12}$ $\frac{A * s}{V * m}$

Elektrische Elementarladung

$e = 1{,}6021917 * 10^{-19}$ C

Gravitationskonstante

$G = 6{,}6732 * 10^{-11}$ $\frac{m^3}{kg * s^2}$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$c = 299.792.458$ $\frac{m}{s}$

Magnetische Feldkonstante

$\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7}$ $\frac{V * s}{A * m}$

Plancksches Wirkungsquantum

$h = 6{,}62607004 * 10^{-34}$ Js

reduziertes Plancksches Wirkungsquantum

$\hbar = \frac{h}{2 * \pi}$ Js

Ruhemasse des Elektrons oder des Positrons

$m_e = 9{,}109558 * 10^{-31}$ kg

Compton-Wellenlänge des Elektrons oder des Positrons

$\lambda_0 = 2{,}42631023 * 10^{-12}$ m

Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{1}{137{,}035999046} = \frac{e^2}{2 * \varepsilon_0 * h * c}$$

8.4. Allgemeine Formeln

Masse – Energie:

$$E = m * c^2 = h * f = \frac{h * c}{\lambda}$$

Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \lambda * f = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 * \mu_0}}$$

Feinstrukturkonstante:

$$\alpha = \frac{1}{137{,}035999046} = \frac{e^2}{2 * \varepsilon_0 * h * c}$$

Mechanischer Drehimpuls:

$$\left|\vec{S}\right| = m * r * v$$

Strahlungsdruck bei voller Reflektion:

$$F = 2 * \cos\theta \frac{h * f}{c} * \frac{dN}{dt}$$

Kinetische Energie:

$$E = \frac{1}{2} * m * v^2$$

Elektrisches Feld eines Zylinders im Vakuum:

$$\vec{E} = \frac{Q}{2 * \pi * \varepsilon_0 * l} * \frac{1}{r} * \vec{e}_r$$

Elektrisches Feld einer Kugel oder Punktladung im Vakuum:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{1}{r^2} * \vec{e}_r$$

Energiedichte von elektromagnetischen Feldern im Vakuum

$$\omega_{EB} = \omega_E + \omega_B = \frac{1}{2} * \varepsilon_0 * \overrightarrow{|E|}^2 + \frac{1}{2} * \frac{1}{\mu_0} * \overrightarrow{|B|}^2$$

$$= \varepsilon_0 * \overrightarrow{|E|}^2 = \frac{1}{\mu_0} * \overrightarrow{|B|}^2$$

9. Literatur

J. Brandes /J. Czerniawski; *Spezielle und Allgemeine Relativitätstheorie für Physiker und Philosophen;* Karlsbad: VRI - Verlag relativistischer Interpretationen; 2010
ISBN 978-3-930879-08-3

Caesar, Christoph; www.ccaesar.com/ger_index.html, 2003-2019
Patentschrift DE10341341 A1 (Offenlegungsschrift), eingereicht am 8.9.2003, offengelegt am 14.4.2005

R. P. Feynman; *QED Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie;*
München: R. Piper GmbH & Co. KG; 1995; ISBN 3-492-11562-4

Feynman/Leighton/Sands; *Feynman - Vorlesungen über Physik* (Band 1 bis 3);
München: R. Oldenbourg Verlag; 1987; ISBN 3-486-20018-6

Feynman; *Quantenelektrodynamik* (Band 3a);
München: R. Oldenbourg Verlag; 1992; ISBN 3-486-22315-1

Fließbach, T.; *Allgemeine Relativitätstheorie;*
Heidelberg: Springer - Spektrum Akademischer Verlag; 2012
ISBN 978-3-8274-3031-1

Frohne, H.; Einführung in die Elektrotechnik (1-3)
Grundlagen und Netzwerke,
Elektrische und magnetische Felder,
Wechselstrom,
Teubner Studienskripten; Stuttgart, 1982, 1989, 1989

Gößling, Manuel; Physik – Rechnen mit dem Elementarzylinder
Das Elektron als elektromagnetische Welle
2. Auflage 2018; ISBN 978-3-9819366-1-2

Gößling, Manuel: Theorie zur Elementarladung
Leptonen als elektromagnetische Welle; Damme, 2019
http://manuel.goessling.info/Elementarladung%20Manuel%20Goessling.pdf

Meyer, Carl-Friedrich; Relativistische invariante Bahnen in Elementarteilchen,
Shaker Verlag, Aachen 2005; ISBN 3-8322-3692-9

Weiß, H.; *Wellenmodell eines Teilchens;*
Unterhaching: Herbert Weiß; 1991